1. Distribución de probabilidad binomial negativa.

Para la distribución geométrica queriamos conseguir la cantidad de ensayos necesarios para conseguir el primer éxito. Supongamos que ahora quisieramos la cantidad de ensayos necesarios para conseguir dos, tres o r éxitos. De esto se encarga la variable binomial negativa.

Definición: Se dice que una variable aleatoria Y tiene distribución de probabilidad binomial negativa si y solo si

$$p(y) = \binom{y-1}{r-1} p^r q^{y-r}$$

para $y = r, r+1, r+2, ...$ y $0 \leq p \leq 1$.

En este contexto, y representa la cantidad de ensayos que se requieren para obtener r éxitos.

Teorema: Si Y es una variable aleatoria con distribución binomial negativa, entonces

$$\mu = \tfrac{r}{p} \text{ y } \sigma^2 = \tfrac{r(1-p)}{p^2}.$$

Ejemplo. De acuerdo con un estudio geoógico, en un pozo de exploración petrólera hay 0,2 de probabilidad de encontrar petróleo. Encuentre la probabilidad de:

a localizar petróleo por primera vez en el tercer pozo que se perfore.
b encontrar el segundo pozo en el séptimo pozo perforado.
c Encuentre la media y varianza de la cantidad de pozos que hay que perforar si la compañia desea abrir tres pozos de producción.

Solución.
a) Tenemos que $r = 1$ y $y = 3$, entonces

$$p(3) = \binom{2}{0} (0{,}2)(0{,}8)^2 = 0{,}128.$$

Es importante notar que esto es exactamente lo mismo que realizar la prueba tomando Y con distribución geométrica, dado que buscamos un éxito.

b) Para este caso $r = 2$ y $y = 7$, por lo tanto

$$p(7) = \binom{6}{1} (0{,}2)^2(0{,}8)^5 = 0{,}079.$$

c) Usando las fórmulas con $r = 3$ y $p = 0{,}2$, tenemos queremos

$$\mu = \frac{r}{p} = \frac{3}{\frac{1}{5}} = 15.$$

y

$$\sigma^2 = \frac{r(1-p)}{p^2} = \frac{3\frac{4}{5}}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = 60.$$